

Projet Roanne

L'aventure du calcul

Cadrage général :

- Deux séances, les 3 et 4 novembre
de 14h30 à 17h00
installation le 3 matin à 10h
enlèvement le 4 nov de 17h à 17h30
- Présentations + ateliers, pas de conférence ex cathedra mais des séquences de 35 mn environ
15 mn présentation puis 20 mn d'atelier (avec participation des présents)
- Les présentations sont faites sur la base d'images projetées (pas de texte projeté)
- Donc 8 séquences à prévoir
- Après les 2 séances, propositions de projets pratiques en prolongement.

Projets pratiques possibles ensuite :

- Réalisation de bâtons de Neper ou des réglettes de Genaille
- Fournir des Pdf pour Genaille et Neper (Yves et Pierre sur demande)

Bibliographie (courte)

- George Ifrah « Histoire universelle des nombres »
- Jean Marguin « Histoire des instruments et machines à calculer »
- Luc de Brabandère « Calculus »
- Maurice d'Ocagne « Le calcul simplifié »
- Musée du CNAM « De la machine à calculer de Pascal à l'ordinateur, 350 ans d'informatique »
- Mathematics in the times of the Pharaos
- tables Pelletier
- les romans historiques de Denis Guedj : Zéro Les cheveux de Bérénice , ...
- Alexandre Moatti « Regards sur les textes fondateurs de la science » vol 1, de l'écriture au calcul.

Points d'entrée Internet :

L'entrée Wikipedia est une bonne introduction :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Calculatrice_m%C3%A9canique

Le site de l'association des collectionneurs de machines anciennes

<http://ancmeca.org>

Les arts et métiers

https://www.arts-et-metiers.net/sites/arts-et-metiers.net/files/asset/document/pj_le_calcul.pdf

Le site de Valéry Monnier sur l'arithmomètre

<http://www.arithmometre.org/>

Le site de l'Arithmeum de Bonn

<https://www.arithmeum.uni-bonn.de/en/arithmeum.html>

Pour babylone :

<https://babylonian-collection.yale.edu/>

1ère séance

séquence 1.1 : Présentation générale des 2 séances + découverte pratique du matériel 14h30

Présentation des présents.

Le sujet : A notre époque, facile de calculer avec les machines électroniques, mais comment en sommes-nous arrivés là ?

Et même sans machine, on sait faire à la main :

L'exemple d'une multiplication aujourd'hui : (qui va nous suivre sur les 2 séances...)

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times 76 \\ \hline 2190 \\ 2555 \\ \hline 27740 \end{array}$$

durée de la vie d'Einstein en années
durée en jours

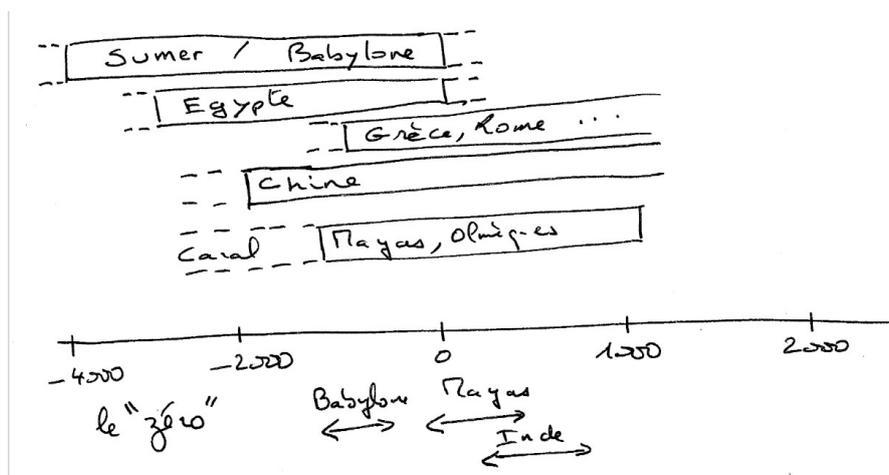
Une notation pratique pour écrire et une procédure pour calculer.
Mais comment en sommes-nous arrivés là ?

Première séance : Du début de l'histoire (4000 ans BC) à l'abaque romaine, calculer avec des jetons et des bouliers.

Prochaine séance : Du « calcul à la plume » aux machines mécaniques et on s'arrêtera au seuil de l'électronique et du binaire, en 1974.

Pour les questions : éclaircissement tout de suite, on reporte à la discussion si besoin.

Poser une grande échelle de temps : Sumériens / Egypte / Greco-Romains / et aussi Chine / Mayas mais attention : **l'absence de trace n'est pas l'absence !!! ex Afrique, ou Caral**



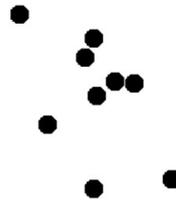
séquence 1.2 : Le début de l'histoire + atelier sur la numération (paper board)
15h00

animaux corbeaux / jusqu'à 4 : **immédiateté innée des faibles nombres**



l'histoire des corneilles et des fermiers
attesté chez de multiples animaux

exercice : deviner le nombre de points 4 puis 9



la preuve qu'il en reste des traces chez l'homme

par la vitesse : décompter prends du temps

par l'activité du cerveau (IRMf) (visuel vs Broca vs espace)

les 3 modes d'appréciation des quantités par le cerveau

étendre au-delà de 4 le calcul exact nécessite des outils et des apprentissages

Revenir à l'histoire

La grande difficulté : pas d'outils de calcul dans les tombes (des bijoux, des armes, des symboles de la puissance et du rôle social), et l'importance des traces lithiques

préhistoire : garder la marque avec des bâtons et avec les doigts

OS Ishango 20000 ans BP Congo actuellement à Bruxelles

mais attention aux délires interprétatifs



le berger qui part avec un troupeau et doit revenir avec les bêtes

enregistrer un nombre pour le garder et le transmettre

les doigts / le corps :

l'exemple de ma grand-mère

(exercice : demander à chacun en fonction de son pays)

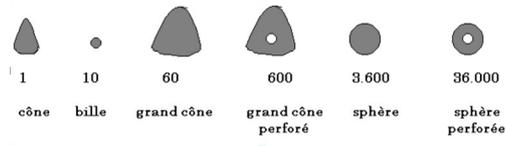
la notion des bases : nbre de doigts / nombre de mains



puis numération : énumérer / dire / écrire en chiffre pour pouvoir calculer

les comptines enfantines (et non contines)

la base 10 60 à Sumer vers -3000 ans



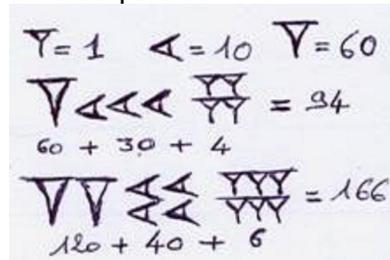
compter 1 à 59 (clous et chevrons) puis expliquer le sexagésimal positionnel

ça marche comme nos heures (et ce n'est pas un hasard ...)

système numération positionnelle

dire et écrire 1h et demi

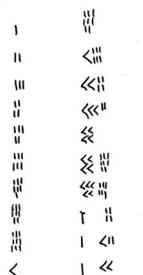
écrire 2 5 9 10 25 59 puis 60



présentation très rapide de ma tablette sumérienne de 2020

faire circuler avec le « calame » ...

exercice : faire la table des multiplication par 8 en Mésopotamie au paper board



pourquoi base 60 : diviser facilement par 2 3 4 5 6 (mais pas par 7!)

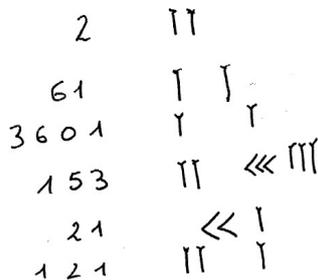
MAIS

les difficultés de la notation sumérienne :

distinguer 2 de 61 ou écrire 3601 et marquer l'absence : l'utilité du zéro

exercice : écrire 153 écrire 21 et écrire 121

2 61 3601 153 21 121



insister : le zéro résout l'ambiguïté

autre inconvénient : plus de signes pour un nombre plus petit

l'ordre de grandeur 1 60 ou 3600 avec le même signe

les décimales en 1/60 1/3600 1/216000

la virgule ou 1/60 1/3600

exercice : lire dans le détail ma tablette de 2020

et illustrer le travail des ethnomathématiciens

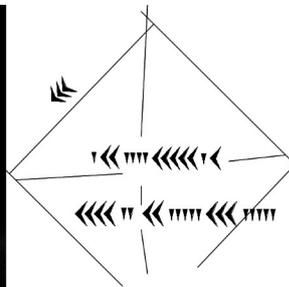
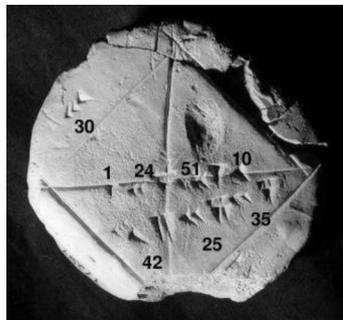
Ce à quoi les sumériens sont arrivés : **des connaissances très avancées**

YBC 7289 1900 BC Babylone actuellement à Yale

1 24 51 10 = 1,41421296 = racine(2) (valeur théorique : 1,41421356)

1 60 3600 216000

42 25 35 = 42,4263888 = 30 racine(2) (valeur 42,426406)



des milliers de tablettes mathématiques avec les tables et les exercices NIPPUR

tables de multiplication, d'inverses, de carrés,

de transformations des base de mesure vers la base de calcul

CDLI Cuneiform Digital Library Initiative (UCLA)

Christine Proust, la référence en France

pour mémoire, les numérations différentes pour les mesures de longueurs / surfaces / volumes / poids (etc) et la transformation en sexagésimal pour faire les calculs.

Les nombreuses tables de multiplication, tables de carrés, et tables d'inverses ramenant la division à une multiplication. (On ne peut diviser par 7, qui n'a pas d'inverse en base 60, mais on peut diviser par 2 3 4 5 6 grâce à la base 60 ! avec notre base 10 dès 3 on est coincés...)

Et sur le paper board des grandes périodes, **l'invention du zéro à Babylone**. Les 2 clous inclinés.

Les 3 inventions du zéro Babylone Mayas et Inde **au moins**

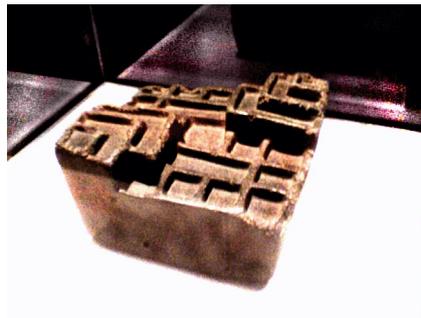
l'enchaînement Inde / arabes Al Kowarizmi / occident /Renaissance Leonard de Pise/ Machines 17ème /

On ne sait pas comment les mésopotamiens faisaient les opérations.

Nous n'avons que le résultat : les tablettes d'argile

Mais la tablette de poussière sur bois est plausible (Georges Ifrah : le tableau de bois est un attribut des scribes dans les sculptures) .

La base 10 des Chinois (et les baguettes qui remplacent les pierres), et pour les Mayas : quipu et yupana, ...



la numération est apparue partout à chaque fois que l'écriture est apparue
la thèse inverse : c'est la nécessité de marquer aussi ce qu'on compte qui a conduit à créer l'écriture (Denise Schmandt Besserat, archéologue franco-américaine née en 1933)

La base 10 des Égyptiens en hiéroglyphes, **pas positionnelle, il faut un nouveau signe à chaque puissance de la base,** additive

lire la tablette des bœufs

faire lire le nombre de chevaux

	Unité	Dizaine	Centaine	Mille	Dizaine de mille	Centaine de mille
1	U	10	100	1000	10000	100000
2	II	20	200	2000	20000	200000
3	III	30	300	3000	30000	300000
4	IIII	40	400	4000	40000	400000
5	UUU	50	500	5000	50000	500000
6	UUUU	60	600	6000	60000	600000
7	UUUUU	70	700	7000	70000	700000
8	UUUUUU	80	800	8000	80000	800000
9	UUUUUUU	90	900	9000	90000	900000



intérêt : ça marche en écrivant dans tous les sens, et c'est ce que faisaient les égyptiens avec les hiéroglyphes (le sens est donné par les figures humaines)

61 en mésopotamien, et 101 en égyptien

	Sumer	Egypte
61	Y Y	nnn 1
101	Y ZZ	nnn 1

et c'est pour ça que les égyptiens n'ont pas le besoin vital du zéro (ni ensuite les grecs, ni les romains)

On en sait plus sur les opérations que faisaient les égyptiens, (séance suivante) grâce aux papyrus mathématiques.

On passe au monde romain pour voir l'origine des bouliers.

même type de numération que les égyptiens : décimale mais pas positionnelle
bases 10 et 5

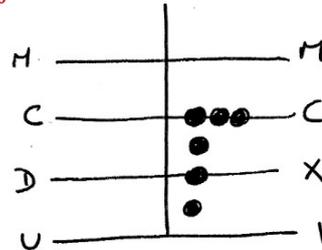
Numération Romaine, double base 5 et 10

I V X L C D M

écrire 365 CCCLXV et avec les jetons

365

CCCLXV



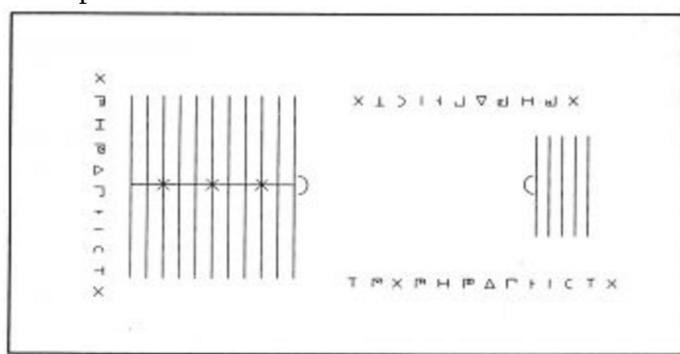
et complexité du additif/ soustractif (sans insister)

séquence 1.3 : Les additions et soustractions avec les abaqués (type Salamine) + atelier sur l'abaque
15h45

Pour écrire en chiffres romains, ok mais Comment additionner / soustraire ?

Abaque romaine **DESSINER SUR LE TABLEAU**

« abaque » = table à poussière



exemple : écrire 365 et ajouter avec des jetons sur l'abaque

Numération Romaine, double base 5 et 10

I V X L C D M limité à 3999 (et on ne met jamais 4 fois le même symbole, on passe en soustractif)

Pour mémoire : et d'autres notations ont été rajoutées en surlignant V pour 5000 X 10000 etc. Ce qui fait monter à 4 millions (-1)

correspondance étroite entre l'outil abaque et la notation romaine

522 + 631 = 1153 faire sur l'abaque PUIS l'écrire en romain

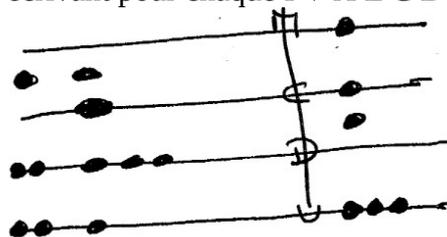
522 + 631 à l'abaque d'abord

522 + 631 au boulier

522 + 631 en chiffres romains

faire l'exercice en posant les jetons et en écrivant pour chaque I V X L C D M

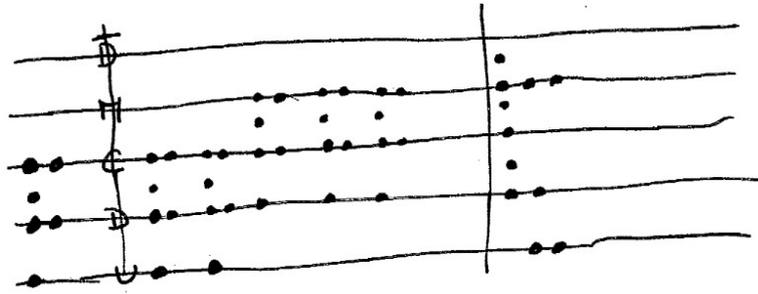
522	D XX II
+ 631	DC XXX I
1153	DD C XXXXX III
	MC L III



Encore la méthode en 1602, faire la multiplication avec les jetons sur l'abaque

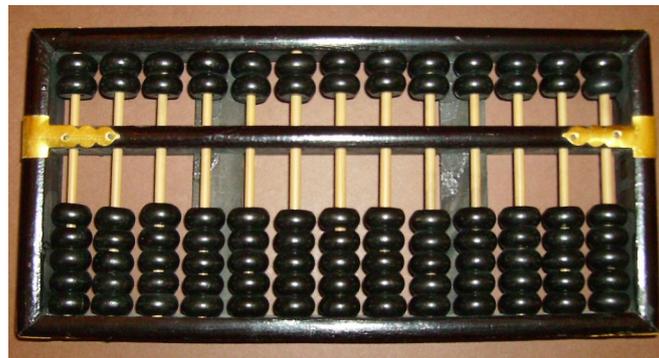
Faire la multiplication si on a le temps

271 x 32 = 8672 **COMME DES ROMAINS** (???)

$$\begin{array}{r}
 271 \\
 \times 32 \\
 \hline
 542 \\
 813 \\
 \hline
 8672
 \end{array}$$


Pour les dates et les rois, les chiffres romains ont été conservés jusqu'à nos jours.

séquence 1.4 : L'évolution des abaques et les bouliers + atelier additionner sur un boulier chinois (grand boulier)
16h30



Additionner sur le grand boulier
(comprendre les 2 retenues et la « montée » en additionnant et la « descente » pour soustraire)

Exercices d'addition aux bouliers

$$542 + 631 = 1173$$

Principalement décimal, mais la base 5 est restée matérialisée dans le boulier chinois SWANPAN et dans le boulier Japonnais SOROBAN mais pas dans le SOTCHI Russe.

Pourquoi 4 boules sur le SOTCHI ? (pièces de 25 kopecks qui font 1 rouble)

Conclusions : bouliers toujours en activité fin 1990 en Asie et en Russie.

Longtemps l'outil des comptables, le calcul à jeton domine, mais à la renaissance (1503) il y a déjà compétition avec le calcul « à la plume ». Cette compétition va durer jusqu'au 19ème siècle.



Questions Réponses /séance

Séance d'aujourd'hui à la Plume et Mécanique

séquence 2.1 : l'autre grande méthode, après les jetons, la plume,

14h45

Remarque méthodologique : addition trop simple, division plus compliqué, on va s'appuyer surtout sur la multiplication.

Reprise de la multiplication au boulier. (???)

La multiplication compliquée avec la numération romaine

L'exemple d'une multiplication aujourd'hui :

$$\begin{array}{r}
 365 \\
 \times 76 \\
 \hline
 2190 \\
 2555 \\
 \hline
 27740
 \end{array}$$

durée de la vie d'Einstein en années

durée en jours

Les 3 grandes causes d'erreur

les faire dire ???:

- 1 connaître les tables
- 2 bien placer pour ne pas se tromper positionnement
- 3 les retenues à plusieurs niveaux

Face à chacune des difficultés, de multiples inventions ...

De nombreuses solutions à explorer :

- des tables toutes faites
- un algorithme praticable , et il faut alors une « bonne » notation
- des aides au calcul
- et des machines

séquence 2.2 : Multiplication égyptienne et gelosia : exercices (paper board)

15h00

reprendre la même multiplication égyptienne : 365 x 76

pas besoin de la table de Pythagore !

demo gelosia sur 365 x 76

$$\begin{array}{r}
 365 \\
 \times 76 \\
 \hline
 2190 \\
 2555 \\
 \hline
 27740
 \end{array}$$

1	/	365
2	/	730
4	0	1460
8	4	2920
16	/	5840
32	/	11680
64	12	23360
<hr/>		
76		27740

	3	6	5				
	2	1	4	2	3	5	7
	1	8	3	6	3	0	6
2	7	7	4	0			

faites en une ??? 19 * 34 à l'égyptienne et en gelosia

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 19 \\ \hline 306 \\ 34 \\ \hline 646 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 34 \\ 2 \quad 1 \quad 68 \\ 4 \quad \text{---} \quad 136 \\ 8 \quad \text{---} \quad 272 \\ 16 \quad 3 \quad 544 \\ \hline 19 \quad 646 \end{array}$$

	3	4	
0	3	0	4
2	+	3	6
6	4	6	1

Liber Abaci 1202 Léonard de Pise dit Fibonacci

et il y a eu d'autres propositions, dont certaines proches de ce que faisaient les romains :

$$\begin{array}{l} 365 \times 2 = 730 \\ 365 \times 5 = 1825 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 76 = 50 \\ + 20 \\ + 5 \\ + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18250 \\ 7300 \\ 1825 \\ 365 \\ \hline 27740 \end{array}$$

séquence 2.3 : Neper : bâtons et Promptuario 1617
15h45

demo batons avec multiplications : 365 x 76

exercices batons

demo seulement pour le promptuario

demo Genaille en fonction du timing

séquence 2.4 : La multiplication des possibilités de multiplication (et d'addition)
16h30

table Pelletier (exemple de 365 * 76), 1931 TRES RAPIDE

demo sur la table

la machine à additionner de Kummer ...

on en arrive aux machines

présentations rapides

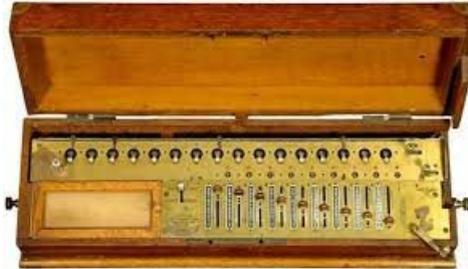
Pascaline 1645



Leibniz 1673



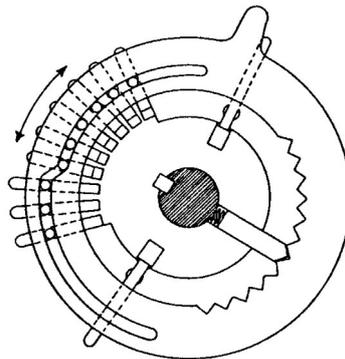
Thomas de Colmar brevets en 1820 : bicentenaire cette année au musée de Bonn



mais début réel du succès commercial:1870

de nombreux clones dans tous les pays

Baldwin / Odhner brevets en 1890 puis explosion commerciale de 1890 à 1975



La logique des chiffres significatifs principaux : la règle à calcul, mais aussi la façon de poser la multiplication.

séquences en parallèle : démo des 5 machines :

L'Addometer (années 1950) : machine à additionner interprétation moderne de la Pascaline



faire le test $9 + 1$ puis $99 + 1$ puis $999 + 1$ jusqu'à ce que ça coince : le pb du report en série

Une machine à additionner clavier complet (comptometer felt et tarrant)



Felt et Tarrant 1887

machine à additionner la + rapide
premier concurrent de l'arithmomètre
gros succès commercial
principe mécanique simple (le levier donne le nombre de dents sur un secteur)
première machine à recevoir une imprimante
production jusqu'en 1914

Une machine à multiplier par additions successives (TIM) :



clone de l'arithmomètre (cylindres cannelés de Leibniz)
décrire le cylindre de Leibniz
brevets de 1907

Une Odhner primitive (Dactyle)

première Odhner de fabrication française 1890 :



Une Odhner à l'ergonomie et la mécanique évoluées (Facit) :



machine de Odhner avec clavier (1932)
fabriqué jusque dans les années 1960

Et la plus extraordinaire des machines mécaniques , la Curta :



Questions Réponses /séance